

九年级数学上学期人教版（2024）

第二十五章 一元二次方程

25.1 一元二次方程的概念



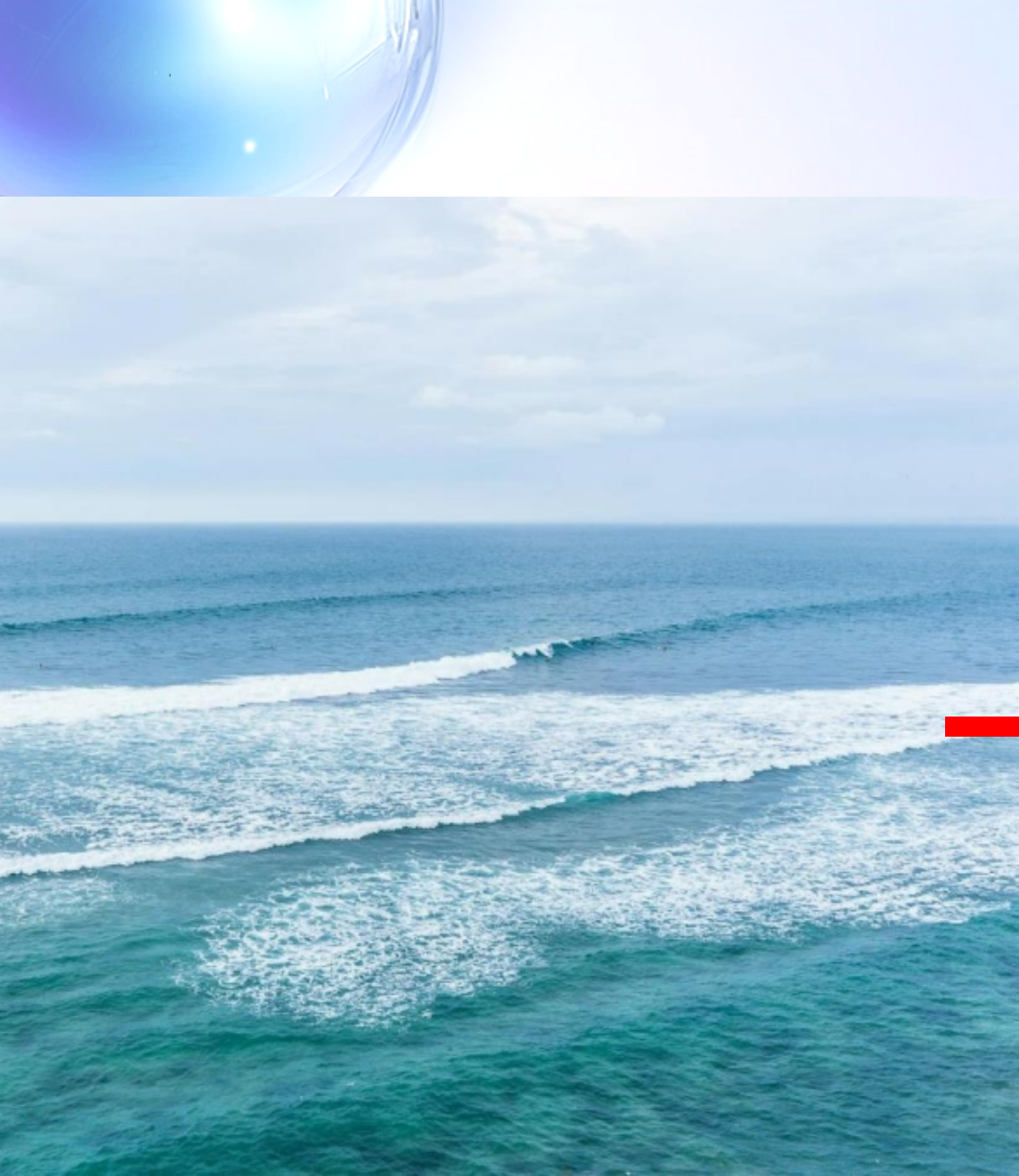
学习目标

- 1.理解一元二次方程的概念，能识别一元二次方程，并能确定一元二次方程的二次项、一次项及常数项.(重点)
- 2.理解一元二次方程的解的知识，会判断一个数是不是一元二次方程的解，能利用方程的解求方程中的字母参数.
- 3.能根据简单的实际问题列出一元二次方程，并能把方程整理为一般形式.(难点)

课堂引入



我们已经学习了三种方程(组), 即: 一元一次方程, 二元一次方程(组), 可以化为一元一次方程的分式方程, 其中前两种方程(组)统称为一次方程(组), 它们的共同特点是方程中未知数的次数都是1, 现在我们学习另一种整式方程, 即方程中未知数的次数是2的方程.



一元二次方程的概念

问题1 观察下列方程并填空：

① $3x^2=4x+7$ ； ② $\frac{1}{2}x^2+5x=1$.

(1)把方程整理为左边是关于 x 的整式，右边是0的方程时，由①可得 $3x^2-4x-7=0$ ；由②可得 $\frac{1}{2}x^2+5x-1=0$ ；

(2)方程中未知数的个数都是 1；

(3)方程中未知数的最高次数都是 2；

(4)通过上述问题，你能归纳出一元二次方程的特点吗？



知识梳理

1.一元二次方程的定义：一般地，如果方程中只含有一个未知数，且含有未知数的式子都是整式，未知数的最高次数是2，这样的方程叫作一元二次方程.

2.一元二次方程的一般形式及名称：一元二次方程的一般形式是 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ ，其中 ax^2 是 二次项， a 是 二次项系数， bx 是 一次项， b 是 一次项系数， c 是 常数项； c 是 常数项.



例1 (课本P3例题)将方程 $3x(x-1)=5(x+2)$ 化成一元二次方程的一般形式，并写出它的二次项系数、一次项系数和常数项.

解 去括号，得 $3x^2-3x=5x+10$.

移项，合并同类项，得一元二次方程的一般形式 $3x^2-8x-10=0$.

它的二次项系数为3，一次项系数为-8，常数项为-10.





反思感悟

在确定一元二次方程的二次项系数、一次项系数以及常数项时，其方法和步骤可概括为“一看二化三确定”，即先看方程是否为一般式，若不是，则通过适当的变形使其化为一般式，然后再确定方程的二次项系数、一次项系数以及常数项。



跟踪训练1 (课本P3练习第1题改编)把如表中的方程化成一元二次方程的一般形式，并写出它的二次项系数、一次项系数和常数项.

方程	$(3x+1)^2-2x=0$	$x^2-2x=1-x^2$
一般形式	$9x^2+4x+1=0$	$2x^2-2x-1=0$
二次项系数	9	2
一次项系数	4	-2
常数项	1	-1



一元二次方程的解



知识梳理

一元二次方程的解：使一元二次方程左右两边相等的未知数的值，就是这个一元二次方程的解，一元二次方程的解也叫作一元二次方程的根。

注意点：根据一元二次方程的解的定义，当已知一元二次方程的解时，把这个解代入一元二次方程，可以求得方程中的字母参数。



例2 如表是小丽同学求代数式 x^2-2x 的值的的情况，根据表中数据，可知一元二次方程 $x^2-2x=0$ 的根是

x	...	-2	-1	0	1	2	...
x^2-2x	...	8	3	0	-1	0	...

A.0

B.0或1

C.1

☒ D.0或2

解析 观察表中数据，可知 $x=0$ 时，代数式 x^2-2x 的值为0，
则方程 $x^2-2x=0$ 的两边都为0，即方程左右两边相等，
所以 $x=0$ 是方程 $x^2-2x=0$ 的一个根；
同理， $x=2$ 也是方程 $x^2-2x=0$ 的一个根.



跟踪训练2 (1)下列各数中，是方程 $x^2-4x+3=0$ 的根的是

A.-1

B.0

✓C.1

D.2

解析 A项，当 $x=-1$ 时，左边 $=(-1)^2-4\times(-1)+3=8\neq$ 右边，不是方程的根，排除；

B项，当 $x=0$ 时，左边 $=0^2-4\times 0+3=3\neq$ 右边，不是方程的根，排除；

C项，当 $x=1$ 时，左边 $=1^2-4\times 1+3=0=$ 右边，是方程的根；

D项，当 $x=2$ 时，左边 $=2^2-4\times 2+3=-1\neq$ 右边，不是方程的根，排除。



(2)若 $x=3$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx-3=0$ 的一个解, 则 m 的值是

- A.3 ☒ B.2 C.1 D.0

解析 $\because x=3$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-mx-3=0$ 的一个解,

$\therefore$ 将 $x=3$ 代入方程 $x^2-mx-3=0$,

得 $9-3m-3=0$,

$\therefore m=2$.





三、根据实际问题列一元二次方程



问题2 根据实际问题列一元二次方程，与根据实际问题列一元一次方程、二元一次方程组的思路相同，即：①通过审题找到题目中的等量关系；②根据题目的具体特点设未知数；③用题目中的已知条件和所设的未知数替换等量关系中相应的量，经过适当的整理变形即可得到所求的方程.



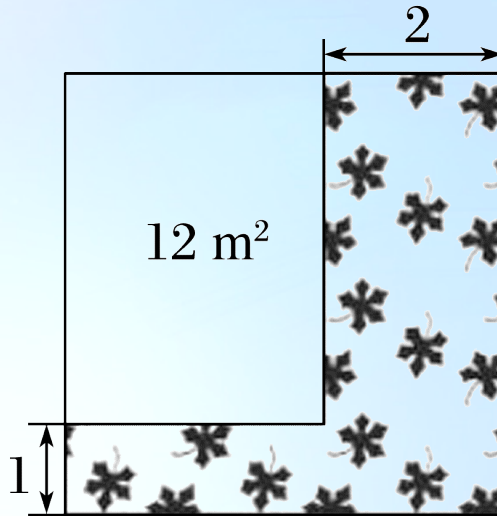
例3 如图,公园原有一块正方形空地, 后来从这块空地上划出部分区域栽种鲜花, 原空地一边减少了1 m, 另一边减少了2 m, 剩余空地面积为 12 m^2 , 设原正方形空地的边长为 $x\text{ m}$, 根据题意可列方程

A. $x(x-1)=13$

B. $x^2-2x-x=12$

C. $x(x-2)=14$

☒ D. $(x-1)(x-2)=12$



解析 结合题意观察图形, 可知剩余空地的长为 $(x-1)\text{m}$, 宽为 $(x-2)\text{m}$, 根据矩形的面积公式, 列方程为 $(x-1)(x-2)=12$.

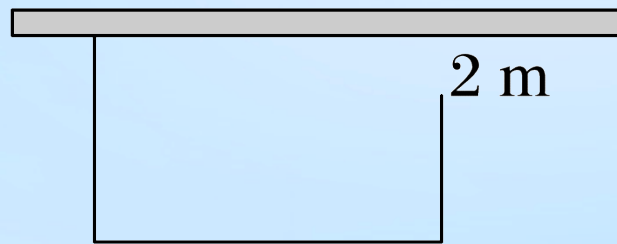
跟踪训练3 一农户要建一个长方形羊舍，羊舍的一边利用长18 m的住房墙，另外三边用34 m长的栅栏围成，为方便进出，在垂直于墙的一边留一个宽2 m的木门，当羊舍的面积是 160 m^2 时，设所围的羊舍与墙平行的边长为 $x\text{ m}$ ，则根据题意可得方程为

A. $x(34-x)=160$

☒ B. $\frac{34+2-x}{2} \cdot x=160$

C. $\frac{34-x}{2} \cdot x=160$

D. $x(18-x)=160$



解析 根据题意，所围的羊舍与墙垂直的边长为 $\frac{34+2-x}{2}\text{ m}$ ，

根据矩形面积公式，列方程为 $\frac{34+2-x}{2} \cdot x=160$.





课堂小结

一元二次方程

定义：一般地，如果方程中只含有一个未知数，且含有未知数的式子都是整式，未知数的最高次数是 2，这样的方程叫作一元二次方程

一般形式及其有关名称： $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$

二次项 一次项 常数项

方程的解：使一元二次方程左右两边相等的未知数的值，叫作一元二次方程的解

根据实际问题列一元二次方程





课堂练习

1. 下列方程为一元二次方程的是

✓ A. $2x - x^2 = 7$

B. $2x + y = 22$

C. $x^3 + 2x - 1 = 0$

D. $x^2 + \frac{1}{y} = 7$

解析 A项，是一元二次方程；

B项，没有二次项，且含两个未知数，不是一元二次方程；

C项， x 的最高次数是3，不是一元二次方程；

D项，含有两个未知数且 $\frac{1}{y}$ 不是整式，不是一元二次方程。



课堂练习

2. 下列方程中，常数项为-2的一元二次方程是

A. $x^2 - x = -2$

B. $x^2 + xy - 2 = 0$

C. $y^2 + x - 2 = 0$

 D. $\sqrt{2}x^2 + x - 2 = 0$

解析 A项，方程可化为 $x^2 - x + 2 = 0$ ，常数项是2，不符合题意；

B项，C项都不是一元二次方程；

D项，正确.



课堂练习

3.若关于 x 的一元二次方程 $mx^2-2x+6=0$ 的一个根是 -1 ，则 m 的值是

A.-3

B.-2

C.-1

 D.-8

解析 把 $x=-1$ 代入方程 $mx^2-2x+6=0$ ，得 $m \cdot (-1)^2 - 2 \times (-1) + 6 = 0$ ，解得 $m = -8$.





课堂练习

4. 已知 $3x^{2m-1}-7x-m=0$ 是关于 x 的一元二次方程，则 m 的值为

A. 2

B. 1

☒ C. $\frac{3}{2}$

D. 3

解析 $\because 3x^{2m-1}-7x-m=0$ 是关于 x 的一元二次方程， $\therefore 2m-1=2$ ， $\therefore m=\frac{3}{2}$.





课堂练习

5.如图,小明家有一块长150 cm,宽100 cm的矩形地毯,为了使地毯美观,小明请来了工匠在地毯的四周镶上宽度相同的花色地毯(图中阴影部分),镶完后地毯的面积是原来地毯面积的2倍.若设花色地毯的宽为 x cm,解答下列问题:



- (1)镶完后地毯的长用关于 x 的代数式可表示为 $(150+2x)$ cm;
- (2)镶完后地毯的宽用关于 x 的代数式可表示为 $(100+2x)$ cm;
- (3)镶完后地毯的面积用关于 x 的代数式可表示为 $(150+2x)(100+2x)$ cm^2 ;
- (4)根据等量关系“镶完后地毯的面积是原来地毯面积的2倍”列关于 x 的方程为 $(150+2x)(100+2x)=2 \times 150 \times 100$.



谢谢观看

